



— Matematiskt dividerande —

Gunnar Lindholm  
gunnar@taljaren.se

december 2006

En liten skrift om matematik och matematikundervisning. Har du något kul att berätta så skriv till mig. Den här gången blir det ett innehåll av lite mer lättsam karaktär.

## 1 Ordvitsar<sup>1</sup>

I det som kanske kommer att bli en matematikbok skrev jag nyligen (av misstag) "Sist men inte minst så har vi minimipunkterna". Jag läste det igen och kunde inte låta bli att småle.

Följande dag var jag igång igen och skrev: "Nu närmar vi oss gränsvärdesdefinitionen".

Men på tal om gränsvärden så läser man i *Analysis by its history* av E. Hairer och G. Wanner följande citat då de hunnit fram till tiden då matematiken blev rigorös.

-What is a derivative really?

-A limit.

-What is an integral really?

-A limit.

-What is an infinite series  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$  really?

-A limit.

-What is a limit?

-A number.

-What is a number?

Idel bra frågor. Jag har en till! Varför är gränsvärden nästan utrotade i dagens läroböcker?

Om någon vet med sig att man lägger extra mycket tid på gränsvärden och försöker förklara dessa, så hör gärna av er. Om ni inte gör det så är det också intressant att få höra varför. Är det för svårt eller för att det inte står i kurskriterierna? Det är svårt att nå fram till derivatorna utan att passera gränsvärden.

<sup>1</sup>Kanske dock främst för den matematikintresserade.

## 2 Pannkakor

Det ligger tre pannkakor i en matlåda, en är vidbränd på båda sidorna, en är vidbränd på ena sidan och gyllenbrun på andra sidan och den tredje är gyllenbrun på båda sidorna. Du stoppar ner gaffeln och tar en av dem utan att titta efter. Du tittar enbart på ena sidan av pannkakan när du får upp den, den är gyllenbrun. Vad är sannolikheten att den är gyllenbrun även på andra sidan?

Så lyder ett problem jag läste för en tid sedan. Till uppgiften gavs två alternativa lösningar:

1. Det är 50% chans, eftersom du har antingen dragit pannkakan som är brun på båda sidorna, eller har du dragit pannkakan som är svart på ena sidan.
2. Den är  $\frac{2}{3}$  eftersom det handlar om att dra sidor hos pannkakor, inte dra hela pannkakor. Det finns 3 möjliga sidor jag har kunnat få upp (de tre olika bruna). Endast två av dessa leder till en brun baksida, alltså  $\frac{2}{3}$ .

Båda låter rimliga, kanske låter den förra mer rimlig än den senare? Men faktum är att det är alternativ 2 som gäller. Tänk på hur problemet är formulerat. Det är inte att dra en pannka och avgör om den är helt brun eller brun/svart (vilket ger två möjliga utfall varav ett är gynnsamt, 50%).

För att övertyga mer. Betänk att vi upprepar försöket med samma förutsättningar varje gång. Vi gör det  $6n$  gånger.<sup>2</sup> Var och en av pannkakornas sidor tänker vi oss som lika sannolik att dyka upp, det blir  $n$  gånger per sida.  $3n$  gånger får vi räkna bort då dessa visar en svart sida. Då kommer vi ha  $3n$  giltiga utfall.  $n$  av dessa fall ger inte något gynnsamt utfall (de har en svart baksida) och sannolikheten är alltså

$$1 - \frac{n}{3n} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Sannolikhetskalkyler är för mig oftast en aha-upplevelse. Aha-upplevelsen inträffar när jag tittar i facit och ser att jag har tänkt helt fel och inser hur jag borde ha resonerat.

## 3 Från tidningarna

I Norrköpings tidningar finns den 1 november en artikel om "Studentprotest mot sänkta mattekrav". Fakultetsstyrelsen vid Linköpings tekniska högskola beslutade att sänka kravet på matematik till att endast omfatta D-kursen. Det innebär att man inte har sett differentialekvationer eller komplexa tal.<sup>3</sup> Differentialekvationer är ju så trevliga, och komplexa tal är ju, ja jag vet inte vilket superlativ som passar bäst, men att inte låta elever se komplexa tal på gymnasiet är att beröva dem det absolut mest fantastiska som de kommer att se under sina första 18 levnadsår.

Studentkåren protesterar men för att citera artikeln

*Fakultetsledningen menar att andra lärosäten redan sänkt mattekravet och det gör det svårare för Linköping att locka studenter.*

<sup>2</sup>Varför väljer jag  $6n$ ? För att slippa bråkräkning så klart!

<sup>3</sup>Och om det är polynomdivision som man också tar upp i den kursen? Minns inte just nu.

- Det här är ett nödvändigt steg för att behålla vår utbildningskvalitet. Det innebär att vi får ett betydligt större sökunderlag, säger tekniska högskolans dekan Helen Dannetun.

Större sökunderlag? Men vad är det för jeppar som kan söka då? Även om du aldrig kommer använda komplexa tal efter utbildningstiden så kommer de ha gett dig men för livet i form av logiskt tänkande och abstraktionsförmåga.

Om andra ställen sänker kraven, varför inte hålla på kraven och framstå som ett bra ställe med kvalité?

Var det inte på något ställe som de nyligen höjde kravet till E-kursen för att eleverna var för dåliga annars?

### 3.1 Hackman

När Linköping ändå är på tråden så kan jag inte låta bli att åter påminna om Peter Hackmans *mycket* läsvärda skrifter på <http://www.mai.liu.se/~pehac>. Speciellt är det rubrikerna "Utgjutelser", "Pedagoja" samt "Annat professionellt" som man bör stifta bekantskap med. En av de riktiga höjdarna, som man kan läsa om och om igen, är <http://www.mai.liu.se/~pehac/pedagog.html>

Läs din Hackman!

### 3.2 Nationella prov

Skolverket har nu presenterat statistik över resultaten på de nationella proven i matematik. Tabellvärdena finns att hämta hos SIRIS.

År	IG	G	VG	MVG
1999	26	41	26	8
2000	36	40	17	6
2001	18	53	20	8
2002	18	45	26	11
2003	25	48	20	6
2004	22	40	29	8
2005	24	30	27	10
2006	28	42	22	8

Tabell 1: Andel betyg för kursprov i Matematik A.

År	IG	G	VG	MVG
2001	26	38	24	12
2002	25	38	22	15
2003	27	38	23	12
2004	33	41	21	6
2005	28	37	23	12
2006	29	41	18	13

Tabell 2: Andel betyg för kursprov i Matematik B.

Är det bara jag som tycker det fluktuerar? En intressant sak är att c:a 1/4 av alla elever blir underkända på ett prov som i princip skall motsvara de kunskaper de har haft med sig från grundskolan. Det är något som är värt att diskutera. Vad kan detta bero på?

År	IG	G	VG	MVG
2001	28	42	23	7
2002	18	43	27	12
2003	26	50	16	8
2004	29	46	19	7
2005	20	48	18	13
2006	31	44	17	9

Tabell 3: Andel betyg för kursprov i Matematik C.

År	IG	G	VG	MVG
1999	17	45	28	10
2001	15	39	35	11
2002	10	52	29	10
2003	15	40	24	21
2004	24	36	23	17
2005	18	39	25	18
2006	18	39	28	16

Tabell 4: Andel betyg för kursprov i Matematik D.

### 3.3 Fråga Lund (om matematik)

På denna klassiska sida kan man under "frågor och svar för november 2006" läsa följande fråga.

Hej! Om man deriverar funktionen  $y = f(g(x))$  så blir ju derivatan  $y' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ . Ex.  $y = \ln(x^2 - 4x)$  får  $y' = (2x - 4)/(x^2 - 4x)$ . Vår **mattelärare** säger att man kan sätta  $f(x) = \ln(x)$  och  $g(x) = x^2 - 4x$ , vilket inte är något konstigt, men när hon sedan ska derivera får hon  $y' = \frac{1}{x} \cdot (2x - 4)$ . Borde det inte vara  $y' = 1/(x^2 - 4x) \cdot (2x - 4)$ , eftersom  $f'(g(x)) = 1/g(x)$ ?

En annan höjdare:

vad heter kapitlet som handlar om cirklar radie omkrets area och diameter om?

Och något för de lite äldre läsarna som växte upp utan miniräknare

Skall installera en spis i ett hus. Behöver därför få ut takhöjden till nock. Takvinkeln är 34 grader. Behöver svar på vad tg 34 grader blir. Har förlagt min gamla tabell från skoltiden

Den moderna pedagogen inser att denna person har utsats för katederundervisning och drillande istället för att få lära sig finna fakta själv. Jag antar att frågeställaren lämnade skolan för många år sedan. Jag undrar hur många av dagens elever, som efter lika många år, kommer att minnas tangens?

Den frågesidan är alltid trevlig att titta på. Där kan man även hitta nya kul saker, t.ex. upptäckte jag att slår man in

$$\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{9}}$$

så visar miniräknaren

$$1.318931893$$

Är det ett rationellt tal? Det ser ju ut som det.